УДК 575.2:519.24

А.А.Токарь

О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Про деякі проблеми інтегральних характеристик біологічних об'єктів. Токар А. А. — Огляд альтернативних концепцій використання індексів в таксономічних та екологічних дослідженнях. Обговорення функціональної значущості параметра KCV.

К л ю ч о в і с л о в а: організми, мінливість, взаємовідносини ознак, методи досліджень.

On Certain Problems of Integrated Characterisrtics of Biological Subject B. Tokar A.A. — A review of alternative opinions discussed in the literature (Atchley, Anderson, 1978; Atchley et al., 1976; Dodson, 1978; Hills, 1978; Jackson et al., 1990) on the problem of ratio use in taxonomic and ecological studies. The result of discussion is to follow Atchley and Anderson (1978) recommendations when correlation based multivariative analysis is planned. However, ratios recognized being the best tool for demonstrating direct (two dimensional) relationships of shape or other functional indexes vs. time or size vector. Functional importance of KCV parameter (Mezhzherin et al., 1975) is discussed. Our findings emphasize that KCV is much more meaningful in its original interpretation rather than later established ICI (Mezhzherin et al., 1991). The analysis of the algorithm of its evaluation provides evidence that KCV could hardly reflect the correlation within the characters analyzed. Simulated uncorrelated and correlated data have been used to prove the above assumption. In both samples KCV appears to be dependent on group variance rather than correlation.

K e y w o r d s: Organisms, variability, characters relationships, reserach methods.

В современных экологических и таксономических исследованиях вопрос интегральной характеристики объектов занимает особое место. По мере углубления наших знаний о характере взаимодействия исследуемых объектов, все сложнее становится задача отражения исследуемых явлений в трех- и тем более двухмерном пространстве исходных признаков. Использование индексов и коэффициентов корреляции можно считать наиболее простыми методами интегральной характеристики объектов и параметров, которыми они описываются. Вместе с тем, несмотря на почти вековую (Pearson, 1897) историю обсуждения методологических проблем их применения, понимание ограниченности этих характеристик, нисколько не снизило их популярности. Теоретические и практические аспекты их использования в биологических исследованиях подробно изложены в специальной литературе. К сожалению, в отечественной литературе по биометрии эти проблемы практически не затрагивались (Лакин, 1990; Плохинский, 1961; Урбах, 1963 и т.п.). Данная работа призвана привлечь внимание к математической природе некоторых статистических методов, необходимости осторожного отношения к результатам, полученных даже с помощью "авторитетных" и "стандартных" подходов. Еще более аккуратно следует открывать "новые аспекты" интерпретации результатов и применения методов.

Не претендуя на оригинальность, автор представляет обзор бурной полемики по поводу использования индексов (Atchley, Anderson, 1978; Atchley et al., 1976; Dodson, 1978; Hills, 1978; Jackson et al., 1990), а также обсуждение вопросов применения и толкования параметра *KCV* (Емельянов и др., 1986; Межжерин и др., 1975, 1991).

Общеизвестно, что использование индексов тесно связано с проблемами нормирования признаков, корряляционным и базирующихся на нем видах многомерного анализа (факторный, главные компоненты и др.). Истоки проблемы изложены в упомянутой работе К. Пирсона, а позднее внимание систематиков к ней привлекал П.В.Терентьев (1959), описавший феномен (возможности) возникновения ложной или наведенной (spurious) корреляции между признаками *X* и *Y*, если существует третий (истинно) скоррелированный с ними признак *Z*. Сама по себе проблема наведенной корреляции может решаться вычислением частных корреляций. В несколько ином аспекте она, однако, возникает в таксономических, экологических и других работах, связанных, например, с изучением возрастной изменчивости. Нельзя не согласиться с У.Этчли и соавторами, что среди "многих мифов, окружающих использование индексов" в систематике, наиболее популярным является их применение для "удаления

эффекта размеров тела" (Atchley et al., 1976: 146). Указанные авторы показали, что индексы, как правило, не оказываются размерно независимыми величинами, а кроме того, они не вполне пригодны для дальнейших методов статистического анализа в силу их смещенности (отклонения от нормального распределения).

Использование таких приемов как "снятие" размерных или возрастных различий делением всех мерных параметров на длину тела (L.) может нарушить не только условие нормальности распределения переменных, но и порождает ложные корреляции между новыми "независимыми от размеров" переменными — индексами. Анализ литературы показывает, что исследователей, занимавшихся этой проблемой, можно разделить на три группы. Наиболее многочисленную представляют те, кто игнорирует проблему как таковую. Представители других двух придерживаются диаметрально противоположных взглядов: от пропаганды полного исключения использования индексов (Jackson et al., 1990) до рекламы их преимуществ на фоне проповедования принципа "биологической полезности" полученных результатов, независимо от их корректности с точки зрения статистики (Dodson, 1978).

По-видимому, наиболее глубоко ошибаются представители первой группы. Что же касается других двух, то очевидно, что в настоящее время мы все еще не имеем более удобной, чем индексы, формы математического отражения (соотношения) форм, как морфологических так и фукциональных. В этом отношении их биологическая полезность (информативность, наглядность) не вызывает сомнений. Необходимо отметить, что этого не отрицают и представители второй группы (Atchley et al., 1976; Atchley, Anderson, 1978; Jackson et al., 1990). Их оппоненты (Albrecht, 1978; Dodson, 1978; Hills, 1978) были настолько "возмущены" самим фактом критики индексов, что пропустили ее главный смысл (Atchley, Anderson, 1978): необходимость *контроля за нормальностью распределения новых переменных (индексов) и осторожности,* если не полного отказа от *их применения, в корреляционном и базирующихся на нем видах анализов.*

Для тех исследователей, которые никак не могут вместить свой объект в "тесные рамки" 2- или 3-мерных координат и стремятся получить многомерную картину изменчивости форм (под формой подразумевается соотношение линейных параметров объекта), рекомендуется (Thorpe, 1975) следующий алгоритм: 1) предварительная обработка (стандартизация, логарифмирование и т.п.) для получения нормально распределенных равноразмерных данных; 2) регрессионное преобразование всех мерных признаков в логарифмические функции от размера объекта (например, длины тела L.):

$$\bar{Y}_i = \log_{10} Y_i - b \cdot (\log_{10} X_i - \log_{10} \bar{X}) \qquad (1)$$

где $\bar{Y}_i$ — трансформированное значение исходного признака (Y_i) у i-го объекта, X_i — размер (L.) i-го объекта, а X — средняя арифметическая (L.); после этого размер объектов (L.) как исходный признак исключается из анализа; 3) указанное преобразование не создает наведенных корреляций, но делает трансформированные признаки линейно независимыми от размеров (L.), что дает возможность применять многомерные методы, например, главные компоненты, не "опасаясь" влияния размерных неоднородностей выборок. Показано, что при таком подходе первая из главных компонент выберет дисперсию по размерам, а остальные компоненты будут интегрированными оценками формы (Somers, 1986). Последнюю особенность необходимо отметить особо, поскольку именно эта модель дает возможность интегрированного учета взаимных соотношений отдельных (лог-трансформированных) линейных параметров (т.е. пропорций). Доказательством того, что мы имеем дело именно с интегральной оценкой соотношения размеров (т.е. формы) является матрица корреляций — отправная точка факторного (компонентного) анализа.

Рассматривая преобразования исходных данных, нельзя не остановиться на проблемах, связанных с их нормированием (стандартизированием). Наиболее распространенными способами нормирования являются деление исходных значений на их среднеарифметическое или стандартное отклонение. Известно, что целью данной процедуры является преобразование исходных, обладающих размерностью, параметров к безразмерному виду и стандартизация их варьирования. При этом необходимо помнить, что в зависимости от способа преобразования, новые признаки могут не только значительно менять свои статистические свойства, но и не всегда быть пригодными для дальнейших, особенно многомерных, видов анализа (Pimentel, 1981; Phillips, 1983; Somers, 1989; Межжерин и др., 1991). В связи с этим нельзя согласиться с высказыванием последних авторов, что в "качестве нормирующего делителя может быть использована любая величина, отличная от нуля" (Межжерин и др., 1991: 102). Известно, что деление на нуль абсурдно с точки зрения математики, однако в приведенных выше работах было показано, что не менее абсурдными с точки зрения биологии могут оказаться результаты анализа промеров нормированных, например, на длину тела. Другие аспекты влияния нормирования и центрирования исходных данных на результаты многомерных методов анализа хорошо представлены в литературе (Pimentel, 1981; Somers, 1989; Thorpe, 1980).

Помимо описанных выше проблем, связанных с получением интегральных характеристик объектов, нельзя не остановиться на особенностях критерия *комплексной индивидуальной изменчивости* — *KCV** (Межжерин и др., 1975), который позднее приобрел несколько иную трактовку и был переименован в *индивидуальный корреляционный показатель* — ICI (Межжерин и др., 1991). Прежде всего, необходимо подчеркнуть, что излагаемые ниже замечания касаются трактовки указанного выше параметра в целом, не отрицая его значения как интегральной характеристики отдельнох организмов (наблюдений). Для облегчения изложения проблемы представляется целесообразным повторить основные моменты вычисления этого параметра (op. cit.): 1) исходные признаки нормируются на их среднее арифметическое или модальное значение $(X_{ij}-X^{*}_{ij})$; 2) для каждого наблюдения (особи) вычисляется среднее значение по всем признакам и его стандартное отклонение:

$$M^{*}_{i}=\sum_{j}^{m} X_{j}/m\ ; \qquad (2)$$

$$\sigma^{*}_{i}=\sqrt{(X_{j}-M_{i})^{2}/(m-1)}\ ; \qquad (3)$$

где M — количество наблюдений, m — количество признаков. Из формулы (4) очевидно, что *KCV* идентичен коэффициенту вариации (*CV*), а с формальной точки зрения — показывает какой процент от средней (по всем признакам i-й особи) составляет ее стандартное отклонение:

$$KCV_{i}=100\cdot\sigma^{*}_{i}/M^{*}_{i} \qquad (4)$$

т.е. насколько сильно ее признаки уклоняются от своей средней. Однако, показав независимость *KCV* от массы тела, которая является "обобщающей характеристикой большинства ... признаков" (op. cit.: 105), авторы приходят к выводу, что *KCV* "отражает характер множественной скоррелированности признаков отдельных организмов" и переименовывают его в индивидуальный корреляционный показатель *ICI* (op. cit.: 108). В основе этого заключения лежат следующие "взаимовытекающие" предположения: 1) если "организм характеризуется *равнозначными отклонениями* (здесь и далее курсив мой) изучаемого комплекса признаков от *модальных значений* каждого из них", то варьирование комплекса не наблюдается и данный организм является *оптимальным*; 2) исходя из предыдущего положения, оптимальность организма не зависит от его места на кривой распределения, что может быть при *высокой скоррелированности* признаков организма. На основании изложенного предлагается новая трактовка *KCV* как *ICI*.

В приведенных рассуждениях два момента требуют уточнения. Первое, обычно в литературе (в том числе и упомянутыми авторами) под *оптимальностью* понимается соответствие особи некоторому *внешнему* критерию. Чаще всего в роли последнего подразумевается естественный отбор, направленность которого и определяет характер распределения признаков (подверженных отбору) в анализируемой выборке. В данном же случае (п. 1) этот внешний фактор заменяется сугубо "внутренним", поскольку фраза "равнозначными отклонениями изучаемого комплекса признаков от модальных значений каждого из них" (Межжерин В.А., 1991, стр.105) свидетельствует скорее о некоторой *пропорциональности* особи (изменчивости ее признаков), а не ее оптимальности, поскольку мне сложно представить функциональный смысл (как некого фактора) равнозначности отклонений от среднего или модального значения особи по всем признакам. Говорить об оптимальности можно было бы лишь в том случае, если весь изучаемый комплекс признаков действительно контролируется отбором и исследуемая особь характеризуется равнозначно минимальными отклонениями от среднего или модального значения.

Помимо анализа чисто математического содержания *KCV*, хотелось бы остановиться и на его биологическом содержании, как интегрального параметра, поскольку, переход от многомерной характеристики объекта к его абстрактному среднему (по всем признакам), является попыткой получения его интегральной характеристики. Замена совокупности нескольких параметров одним средним или модальным значением является ничем иным, как снижением размерности, а дисперсия этого параметра показывает, насколько "удачна" данная замена. Для анализа представленной выше цепочки рассуждений (Межжерин и др., 1991) вниманию читателя предлагаются общепринятые (Зайцев, 1984; Урбах, 1963) формулы для вычисления

* Корректность именно данной аббревиатуры (KCV) для обозначения критерия комплексной индивидуальной изменчивости (Межжерин и др., 1975; Межжерин и др., 1991) вызывает некоторые сомнения, поскольку употребляемое во всем мире обозначение коэффициента вариации, является аббревиатурой его английского названия — Coefficient of Variation (CV). Поэтому, если образовывать новое обозначение для комплексного коэффициента вариации или комплексной индивидуальной изменчивости (там же), то, по-видимому, следовало бы отталкиваться от английского слова complex и аббревиатура должна была бы выглядеть как CCV.

коэффициентов корреляции:

Пирсона — $$r_{xy} = \frac{\frac{1}{N}\sum n_{xy}(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sigma_x \sigma_y} \quad (5)$$

и множественной — $$R^2_{yxz} = (r^2_{xy} + r^2_{yz} - A) / (1 - r^2_{xz}). \quad (6)$$

Последний, как видно из формулы, базируется на первом, который, в свою очередь, является ковариацией признаков X и Y, взвешенной на произведение стандартных отклонений исследуемых признаков или их совместной дисперсией выраженной в единицах усредненной дисперсии X и Y (Урбах, 1963: 95).

Уже только один тот факт, что стандартное отклонение является ***частью*** некого ***целого*** (коэффициента корреляции), а *KCV* (=*ICI*) — не что иное, как относительное (процентое) выражение стандартного отклонения, вызывает сомнение в его возможности отражать "характер множественной скоррелированности признаков организма" (Межжерин и др., 1991: 107). Этим, собственно, и нарушается принцип взаимоотношения ***части*** и ***целого*** как философских категорий. Последние, как известно, характеризуют отношение между совокупностью предметов и "связью, которая объединяет эти предметы и приводит к появлению у совокупности (*у **целого***) новых (интегрированных) свойств и закономерностей, не присущих предметам в их разобщенности" (Фролов, 1980: 409). Таким образом, исходя как из методологических так и философских соображений, приписывание производным стандартного отклонения черт более высоко интегрированных параметров, которым является коэффициент линейной корреляции, не говоря уже о множественной, представляется не совсем корректным.

В связи с изложенным, исходная трактовка *KCV* как параметра для оценки комплексной индивидуальной изменчивости (Межжерин и др., 1975) выглядит более правильной. Для того, чтобы глубже понять смысл этого параметра, было бы полезным еще раз проанализировать порядок его вычисления, паралельно рассматривая вопрос оценки (критерия) оптимальности организма по отношению к действующему отбору. При этом отметим, что под наиболее оптимальными понимаются особи, демонстрирующие значения признаков, наиболее близкие к модальным значениям выборки.

Выше уже были рассмотрены изменения, происходящие с исходными данными при их нормировании. Была отмечена важность контроля за способом, которым осуществляется нормирование. В силу того, что при вычислении *KCV* признаки нормируются делением на соответствующие средние арифметические или модальные значения($\bar{X}$), происходит следующее: 1) признаки теряют размерность, 2) размах их варьирования выравнивается и устанавливается в рамках lim: $X_{min} / \bar{X} \ldots X_{max} / \bar{X}$, 3) самое важное (с биологической точки зрения), это то, что исследуемые особи характеризуются уже не вектором абсолютных значений переменных, а индексами, указывающими ***дистанцию***, на которой находится данный объект от ***модального*** или ***среднего значения*** данной выборки; равноценным будет также утверждение, что эти индексы отражают степень оптимальности особи (по данному признаку). Именно последнее обстоятельство и определяет возможность дальнейшего толкования *KCV*.

На следующем этапе расчетов для каждой особи вычисляется среднее по всем признакам и его стандартное отклонение. Какую информацию несут нам эти параметры? Очевидно, что первый показывает (среднюю) удаленность объекта от точки оптимума данной выборки (= средней модальных значений), т.е. его "среднюю оптимальность". Стандартное отклонение, кроме своей обычной смысловой нагрузки, в даном аспекте может трактоваться как мера полноты оптимальности, отраженной средним значением. Ибо, чем оно ниже —

Диапазон варьирования статистических параметров контрольных выборок

Statistical parametres variability range in reference samples

	r	Средняя	Стандартное отклонение	*KCV*	Количество наблюдений $0 \leq KCV \leq 4$, %
1	0.02—0.17	9.982—10.011	0.094—0.098	0.252—1.708	100
2	0.02—0.18	9.899—10.025	0.459—0.542	1.650—8.204	60
3	0.02—0.32	9.857—10.103	0.943—1.063	1.768—19.132	13
4	0.05—0.26	9.775—10.326	1.898—2.138	3.340—40.909	3
5	0.44—1.00	10.01—92.980	0.098—3.048	0.202—2.660	100
6	0.84—1.00	10.02—99.930	0.528—9.310	0.502—6.366	96
7	0.74—1.00	10.05—122.30	1.062—21.97	1.172—18.51	61
8	0.79—1.00	10.13—162.50	2.138—45.41	2.717—43.52	29

тем большее число признаков данной особи лежат в зоне выборочного оптимума, а *KCV*, соответственно, отражает эту характеристику особи в процентном отношении.

Какие факторы влияют на иследуемый параметр? Очевидно те же, которые определяют величину стандартного отклонения. С точки зрения статистики это прежде всего: размер выборки (в даном случае — число признаков!), характер распределения и диапазон варьирования признаков. Однако в случае оценки стандартного отклонения для конкретной особи влияние этих факторов сильно ограничено (см. выше: влияние нормирования). Как отмечено выше, С.В.Межжерин с соавторами (1991) предположили, что *KCV* (= *ICI*) отражает скоррелированность анализируемых признаков. Для проверки последнего, используя генератор случайных чисел (фунция из пакета Statgraf 3,0), были созданы 8 выборок по 5 признаков и 100 наблюдений каждая. Признаки первых четырех выборок были очень слабо скоррелированы ($0,02 \leq r \leq 0,26$; лишь в одном случае $r = 0,32$) и имели близкие средние значения. Вторая группа выборок характеризовалась высокими значениями коэффициента корреляции ($0,74 \leq r \leq 1,00$; лишь в одном случае $r = 0,44$) и более широким диапазоном принимаемых значений. Внутри групп (1—4 и 5—8) выборки отличались возрастанием изменчивости признаков. Следуя описанной выше процедуре, были вычислены *KCV* (таблица). Из таблицы видно, что скоррелированность признаков не оказывает сколько-нибудь заметного влияния на динамику KCV, в то время как он увеличивается прямо пропорционально увеличению стандартного отклонения (таблица); в последней колонке таблицы показана встречаемость особей со слабой (*KCV*<4) изменчивостью (степень вариабельности по Зайцеву, 1984: 37), что должно соответствовать сильной и умеренной скоррелированности признаков (Межжерин и др., 1991: 109). Полученные данные показывают, что в выборках со скоррелированными и не скоррелированными группами признаков наблюдается уменьшение количества "оптимальных" особей по мере увеличения изменчивости признаков.

Очевидно, что *KCV* как интегральный показатель отражает близость особи к центру (оптимуму) модального класса, фиксируя фактические состояния анализируемых признаков, однако он не способен отражать степень их скоррелированности. Полученные нами результаты соответствуют модели (данные по общественной полевке), использовавшейся авторами параметра *KCV* (Межжерин и др., 1991) и показавшей, что распределение особей по значением *KCV* очень близко как для (скоррелированных) признаков с абсолютными значениями, так и для (малокоррелированного) набора индексов. Объясняется это как свойствами самого *KCV*, так и исходной общностью распределений (весовых характеристик и индексов), которые близки к нормальным, т.е. сходство моделей обусловливалось статистическими закономерностями, а не "интегральным" содержанием параметра *KCV*. К такому же выводу авторы могли бы прийти, анализируя полученные ими результаты (по 15 признакам-индексам общественной полевки) анализа главных компонент (*ГК*). Известно, что чем полнее матрица корреляции, тем более успешно первые *ГК* описывают дисперсию выборки. Выше упоминались работы, специально посвященные проблеме "экстракции" форм и размеров при помощи *ГК*. Если собственные векторы являются весами признаков, то наиболее весомыми оказываются признаки из скоррелированных комплексов. Значение компоненты для каждого наблюдения определяется произведением соответствующего собственного вектора и вектора значений исходных признаков, т.е. все отклонения "уносятся" от центра *ГК*. То, что особи с низким значением *KCV* образовали компактные группы вблизи пересечения первых трех *ГК*, еще раз свидетельствует об их близости к центру оптимума выборки. Однако упомянутые авторы объясняют этот феномен высокой скоррелированностью признаков (*у этих особей!*). Выше было показано, что ситуация приближения значений признаков к модальным носит вероятностный характер и не зависит от их *внутривыборочной* скоррелированности.

Ввиду изложенного трудно согласиться с высказыванием, будто состояние оптимальности может достигаться "независимо от положения, занимаемого организмом в пределах совокупности (на кривой распределения)" (op cit.: 106). В данном случае можно было бы утверждать, что "пропорциональные" (в смысле равновеликих отклонений признаков от общей для них средней) особи могут встречаться в любом месте на кривой распределения. В связи с этим следует еще раз подчеркнуть, что метод *ГК* опирается на *внутривыборочные корреляции* признаков и в принципе не может применяться для оценки связи признаков у *отдельных особей*. В данном аспекте *ГК* корректнее было бы использовать для *выделения групп признаков, подверженных наиболее сильному отбору у особей, достигших состояния оптимума по отношению к действующему отбору*.

Возвращаясь к вопросу об индексах, следует отметить, что в приведенном примере анализа *ГК* (op. cit.) авторы использовали 15 индексов. К сожалению, в работе расшифровано содержание лишь 6 использованных индексов, но и среди них в 6 случаях отдельные пары имеют *общие числители* или *знаменатели*. Таким образом, это как раз тот классический случай (Atchley et al., 1976), когда от индексов следовало бы воздержаться полностью или, по крайней мере, изменить принцип их формирования.

В заключение автор выражает признательность И. Г. Емельянову, О. А. Михалевичу, В. Н. Пескову и Ю. П. Некрутенко за внимание и ценные замечания, высказанные в ходе подготовки рукописи.

Емельянов И.Г., Межжерин В.А., Михалевич О.А. Методы интегральной оценки организмов // Вестн. зоологии. — 1986. — N 3. — с. 46—57.
Зайцев Г. Н. Математическая статистика в экспериментальной ботанике. — М.: Наука, 1984. — 424 с.
Лакин Г. Ф. Биометрия. М.: Высш. школа, — 1990. — 352 с.
Межжерин В. А., Кальниш В. В., Ищенко А. И. Единство фенотипических проявлений в генетически различных группах живых организмов // Докл. АН СССР. — 1975. — 225, N 1. — С. 205—206.
Межжерин В. А., Емельянов И. Г., Михалевич О. А. Комплексные подходы в изучении популяций мелких млекопитающих. — Киев: Наук. думка, 1991. — 204 с.
Плохинский Н. А. Биометрия. — Новосибирск: Изд-во Сибирск. отд-ния АН СССР, 1961. — 364 с.
Терентьев П. В. Метод корреляционных плеяд // Вестн. Ленингр. ун-та — 1959. — **9**, вып. 2. — С. 137—144.
Урбах В. Ю. Математическая статистика для биологов и медиков. — М.: Изд-во АН СССР, 1963. — 323 с.
Фролов И. Т. (ред.) Философский словарь. — М.: Политиздат, 1980. — 444 с.
Albrecht G. H. Some comments on the use of ratios // Syst. Zool.— 1978. — 27, N 1.— P. 67—71.
Atchley W. R., Anderson D. Ratios and the analysis of biological data // Ibid. — 1978.— 27, N 1.— P. 71—78.
Atchley W. R., Gaskins C. T., Anderson D. Statistical properties of ratios. I. Empirical results // Ibid.— 1976.— **25**, N 2.— P. 137—148.
Dodson P. On the use of ratios in growth studies // Ibid.— 1978.— 27, N 1.— P. 62—67.
Hills M. On ratios — A response to Atchley, Gaskins, and Anderson // Ibid. — P. 61—62.
Jackson D.A., Harvey H.H., Somerth K.M. Ratios in aquatic sciences: statistical shortcoming with mean depth and morphoedaphic index // Can. J. Fish. Aquat. Sci.— 1990.— **47**.— P. 1788—1795.
Pearson K. On a form of spurious correlation which may arise when indices are used in the measurement of organs. // Proc. R. Soc. London. — 1897. — **60**. — P. 489 — 502.
Phillips R.B. Shape characters in numerical taxonomy and problems with ratios // Taxon.— 1983.— 32.— P. 535—544.
Pimentel R.A. A comparative study of data and ordination techniques based on a hybrid swarm of sand verbenas (Abronia Juss.). // Syst. Zool. — 1981. — 30, N 3. — P. 250—267.
Somers K.M. Multivariate allometry and removal of size with principal components analysis // Systematic Zoology. — 1986. — **35**, N 3. — P. 359—368.
Somers K.M. Allometry, isometry and shape in principal components analysis // Ibid. — 1989. — **38**, N 2. — P. 169—173.
Thorpe R.S. Quantitative handling of characters useful in snake systematics with particular reference to intraspecific variation in the Ringed Snake Natrix natrix (L.) // Biol. J. Lin. Soc. — 1975.— 7.— P. 27—43.
Thorpe R.S. A comparative study of ordination techniques in numerical taxonomy in relation to racial variation in the ringed snake Natrix natrix (L.) // Ibid. — 1980. — **13**. — P. 7—40.

Институт зоологии НАН Украины
(252601 Киев)

Получено 23.02.94

УДК 591.5

Ю. В. Белкин

ФОРМУЛА ИСТИННОЙ ОЦЕНКИ РАЗНООБРАЗИЯ

Формула істинної оцінки різноманітності. Белкін Ю. В. — Запропонована формула розрахунку індексу різноманітності, яка долає труднощі вирішення існуючої проблеми. Вживання формули дозволяє уникнути методу апроксимації, який не вирішує з достатньою точністю розв'язання специфічних питань.

Ключові слова: максимальна (абсолютна) вирівнянність, порушена вирівнянність, індекс різноманітності, ряди розподілення.

On a Real Diversity Estimation Formula. Belkin Ju. V. — A formula of diversing index calculation is proposed to overcome existing difficulties in problem solution. The use of this formula provides to reject the approximative method which does not resolve specific questions with sufficient confidence.